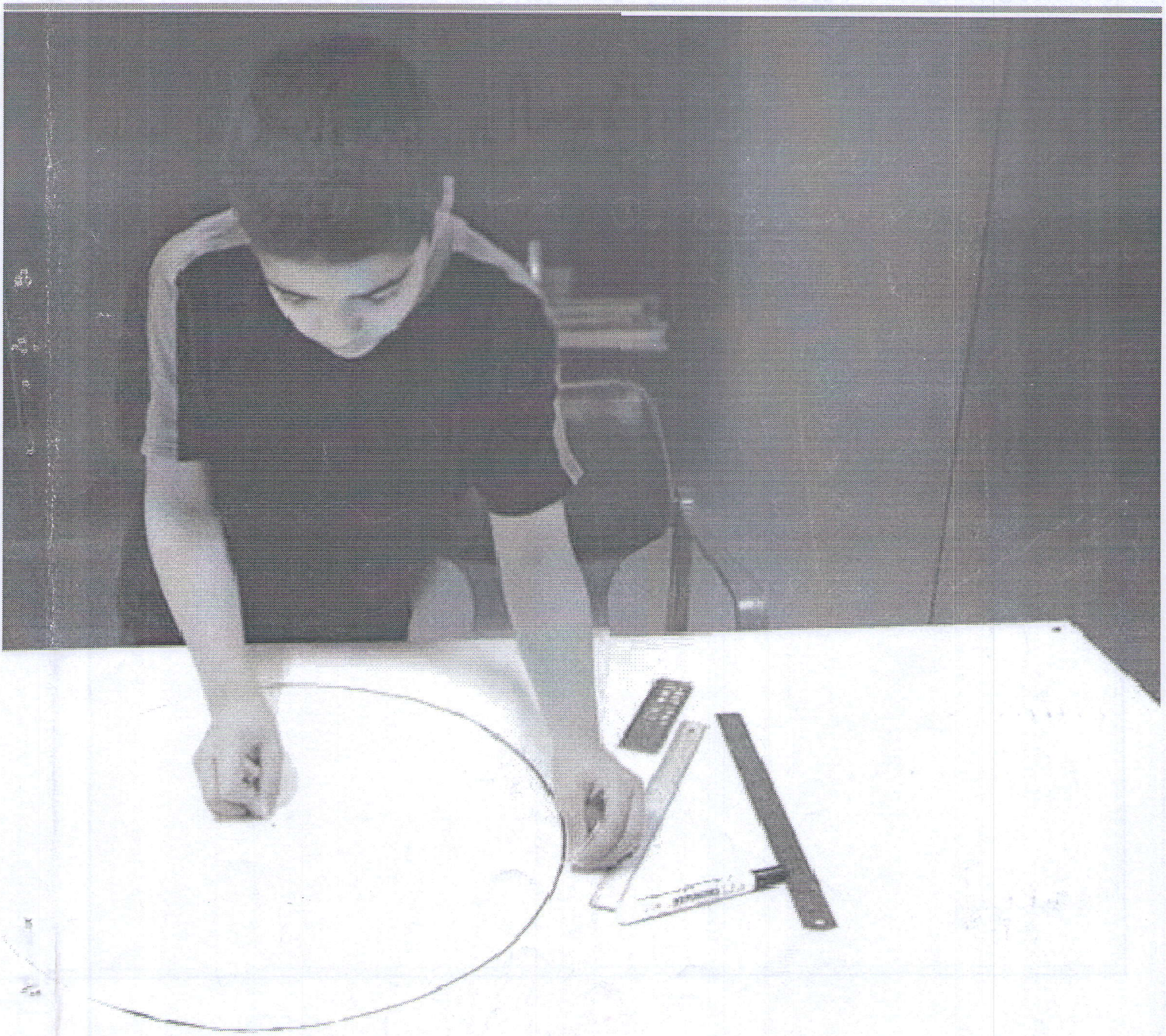
MATH-HOME.IR

فصل ۱ راهبردهای حل مسئله

- راهبرد رسم شکل
- راهبرد الگوسازی
- راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب
- راهبرد الگویابی
- راهبرد حدس و آزمایش
- راهبرد زیر مسئله
- راهبرد حل مسئلهٔ ساده‌تر
- راهبرد روش‌های تعادلی



دو راهبرد رسم شکل و الگوسازی (جدول نظام) راهبردهای کلیدی هستند

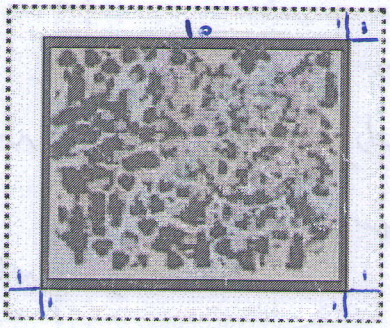
MATH-HOME.IR

راهبرد رسم شکل تفکر تصویری را تقویت می‌کند

کشیدن یک شکل مناسب می‌تواند به حل مسئله کمک یا به‌طور کامل آن را حل کند؛ به‌طوری‌که نیازی به نوشتن عملیات و محاسبه نباشد. ممکن است این شکل در ذهن شما باشد. منظور از رسم شکل نقاشی نیست؛ بنابراین از ترسیم‌های ساده برای درک بهتر و یا حل کردن مسئله استفاده کنید.

اشکال سؤال: در رسم شکل تناسب بین طول و عرض رعایت نشده است

۱ــ یک باغچه مستطیل شکل به طول ۱۰ و عرض ۵ متر است. اگر به فاصلهٔ یک متر از لبهٔ باغچه دورتا دور آن را نرده بکشیم، چند متر نرده احتیاج داریم؟



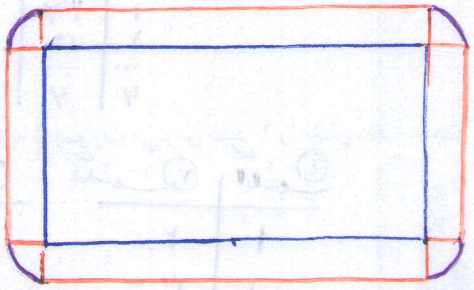
$(۷+۱۲)\times۲=۳۸$

۷

ابتدا یک مستطیل رسم کنید.

دور آن به فاصلهٔ یک متر از هر ضلع خط بکشید.

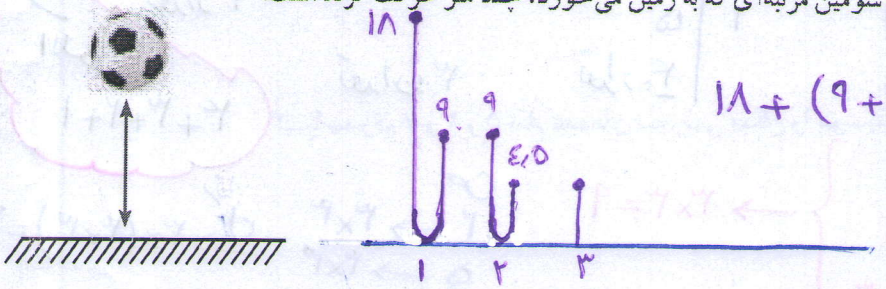
یک مستطیل جدید به‌وجود می‌آید. طول و عرض این مستطیل چقدر است؟ طول = ۱۲ عرض = ۷



محیط = $۲\pi + ۲(۵+۷)$

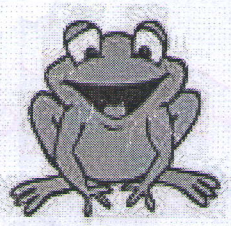
محیط مستطیل قبلی

۲ــ توپی از ارتفاع ۱۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از زمین خوردن، نصف ارتفاع قبلی خود بالا می‌آید. این توپ از لحظهٔ رها شدن تا سومین مرتبه‌ای که به زمین می‌خورد، چند متر حرکت کرده است؟

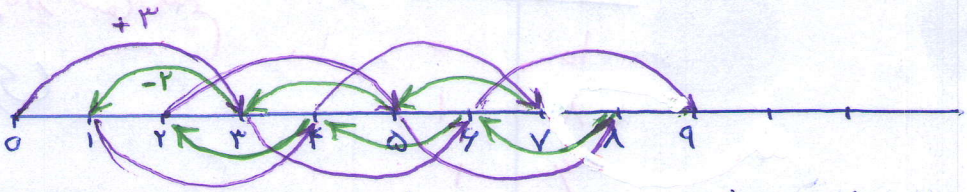


$۱۸+(۹+۹)+(۴٫۵+۴٫۵)=۴۵$

۳ــ قورباغه‌ای می‌خواهد از یک دیوار عمودی بالا برود. او با هر جهش ۳ متر بالا می‌رود و هر بار ۲ متر سُر می‌خورد و پایین می‌آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می‌رسد؟



در پرش آخر چون به بالای دیوار می‌رسد پس سُر نمی‌خورد



$(۳-۲)+(۳-۲)+(۳-۲)+(۳-۲)+(۳-۲)+(۳-۲)+۳$

$۱+۱+۱+۱+۱+۱+۳=۹$

۲

MATH-HOME.IR

راهبرد الگوسازی تفکر نظام دار - جدول نظام دار

در بعضی مسئله‌ها لازم است همهٔ حالت‌های ممکن را بنویسید. برای این‌که حالتی از قلم نیفتد، لازم است آنها را با نظم الگو و ترتیبی مشخص بنویسید. الگوسازی کمک می‌کند که مطمئن شوید همه حالت‌ها را نوشته‌اید. بنابراین در مسئله‌هایی که لازم است همهٔ جواب‌ها و پاسخ‌های ممکن را بنویسید، می‌توانید از این راهبرد استفاده کنید.

۱ــ دو عدد طبیعی پیدا کنید که حاصل‌ضرب آنها ۲۴ و حاصل جمع آنها کمترین مقدار باشد.
جدول را با یک نظم و ترتیب کامل بکشید.

کوچک‌ترین عدد طبیعی چیست؟ ۱
حاصل‌ضرب آن در چه عدد ۲۴ می‌شود؟ ۲۴
اکنون عدد طبیعی بعدی را در نظر بگیرید و به همین ترتیب عددها را پیدا کنید.

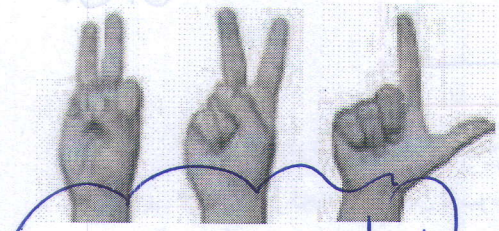
اولین عدد	دومین عدد	حاصل جمع
۱	۲۴	۲۵
۲	۱۲	۱۴
۳	۸	۱۱
۴	۶	۱۰

→ جواب

نکته: اگر عدد مورد نظر جذر داشته باشد آن دو عدد جذر مثبت آن عدد است
حاصل ضرب ۳۶

عدد ۱	عدد ۲	حاصل جمع
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
...	...	...
۶	۶	۱۲

۲ــ با انگشتان یک دست به ۵ صورت می‌توان عدد ۱ را نشان داد. به چند صورت می‌توان عدد ۲ را نشان داد؟



فرمول $\frac{۵\times۴}{۲}=۱۰$

انگشت ۱	انگشت ۲
۱	۲
۱	۳
۱	۴
۱	۵

تعداد: ۴

۱	۲
۲	۳
۲	۴
۲	۵

تعداد: ۳

۱	۲
۳	۴
۳	۵

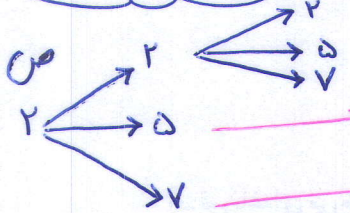
تعداد ۲

۱	۲
۴	۵

تعداد: ۱

کلی: $۴+۳+۲+۱$

۳ــ با سه رقم ۷ و ۲ و ۵ تمام عددهای سه رقمی ممکن را بنویسید.



۳ عدد ۳ عدد ۳ عدد → $۳\times۳=۹$

ص
۲ → ۳×۳
۵ → ۳×۳
۷ → ۳×۳

کل → $۳\times(۳\times۳)=۲۷$

سوال: آیا باید هر سه عدد در عدد مورد نظر بکار برود؟ جواب: خیر

۴ــ با سکه‌های ۵۰ و ۱۰۰ تومانی به چند حالت می‌توان ۵۰۰ تومان درست کرد؟

سکه ۱۰۰ تومانی	سکه ۵۰ تومانی
۰	۱۰
۱	۸
۲	۶
۳	۴
۴	۲
۵	۰

سوال: آیا از هر دو سکه باید استفاده کنیم
جواب: آری

MATH-HOME.IR

زمانی که داده‌های مسئله زیاد است آنچه نامطلوب است را می‌توانیم حذف کنیم

با توجه به شرایط و اطلاعات مسئله می‌توانید حالت‌های نامطلوب و نادرست را کنار بگذارید تا با حذف آنها پاسخ مسئله و یا همان حالت‌های مطلوب به دست آیند. برای پیداکردن تمام حالت‌های ممکن می‌توانید از راهبرد الگوسازی استفاده کنید. ابتدا فهرستی از تمام حالت‌ها به‌دست آورید. سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله، حالت‌های نامطلوب را حذف کنید.

روش اول: حاصل ضرب ۷۰ را در نظر می‌گیریم

روش دوم: حاصل جمع ۱۴ را در نظر می‌گیریم

در حل این مسئله از اعداد طبیعی استفاده شود

۱ــ مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل‌ضرب سن آنها ۷۰ است. سن بزرگ‌ترین نفر چقدر است؟

ابتدا با راهبرد الگوسازی همهٔ حالت‌هایی را که ضرب سه عدد طبیعی برابر ۷۰ می‌شود، بنویسید.

به این جدول چه ستونی باید اضافه کنید تا حالت‌های نامطلوب حذف و فقط حالت مطلوب باقی بماند؟

نفراول	نفردوم	نفرسوم	حاصل ضرب
۱	۱	۱۲	۱۲
۱	۲	۱۱	۲۲
۱	۳	۱۰	۳۰
۱	۴	۹	۳۶
۱	۵	۸	۴۰
۱	۶	۷	۴۲
۲	۲	۱۰	۴۰
۲	۳	۹	۵۴

نفراول	نفردوم	نفرسوم	حاصل جمع
۱	۱	۷۰	۷۲ ✗
۱	۲	۳۵	۳۸ ✗
۱	۵	۱۴	۲۰ ✗
۱	۷	۱۰	۱۸ ✗
۲	۵	۷	۱۴ ✓

نفراول	نفردوم	نفرسوم	حاصل ضرب
۲	۴	۸	۶۴
۲	۵	۷	۷۰

۲ــ دوست شما یک عدد حسابی کوچک‌تر از ۱۰۰ را در نظر گرفت. شما باید با طرح چند سؤال عدد موردنظر را پیدا کنید. او فقط می‌تواند به سؤال‌های شما بله و خیر بگوید. چگونه می‌توان عدد مورد نظر را پیدا کرد؟

در واقع از ۰ تا ۹۹، ۱۰۰ عدد وجود دارد که فقط یکی مطلوب و مورد نظر است و باقی‌مانده نامطلوب‌اند.

با این توضیح کدام یک از سؤال‌های زیر مناسب‌تر است؟ چرا؟

- آیا عدد موردنظر شما ۲۷ است؟ نامطلوب
- آیا عدد موردنظر شما زوج است؟ مناسب
- آیا عدد موردنظر شما یک‌رقمی است؟ نامطلوب
- آیا عدد موردنظر شما از ۵۰ بزرگ‌تر است؟ مناسب‌تر است

دامنه‌ی پراکندگی بیشتر است

با توجه به پاسخی که به سؤال‌های بالا دادید، یک روش طرح سؤال همراه با نظم و ترتیب بیان کنید که بتوان با پرسیدن آنها به عدد موردنظر رسید.

محدود می‌کند

MATH-HOME.IR

★ روند رفتن به سمت حل معادله با کمک الگویابی

راهبرد الگویابی ← با راهبرد الگوسازی ارتباط دارد

هدف پیدا کردن جملهٔ n ام نیست
تفکر انتقادی را رشد می دهد (دانش آموزان قوانین مختلفی را ایجاد می کنند)

در ریاضی با دو نوع الگوی عددی و یا هندسی مواجه می‌شویم. کشف الگو، رابطه و نظم موجود در بین دنباله‌های عددی و یا هندسی کمک می کند تا بتوانید خواستهٔ مسئله را پاسخ دهید. این راهبرد در مسئله‌هایی کاربرد دارد که بین شکل‌ها و یا عددها الگو و رابطه‌ی خاصی وجود داشته باشد.

$۳\times(\text{شماره‌ی جمله}-۱)+۱$

۱ــ سه عدد بعدی الگوهای زیر را بنویسید. رابطهٔ بین عددها را توضیح دهید.

۱ و ۴ و ۷ و ۱۰ و ۱۳ و ۱۶ و ۱۹ و ۲۲

+۳ +۳ +۳

۱ و ۴ و ۹ و ۱۶ و ۲۵ و ۳۶ و ۴۹

+۳ +۵ +۷ +۹ +۱۱ +۱۳

۱ و ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ و ۳۲ و ۶۴

÷۲ ÷۲ ÷۲ ÷۲ ÷۲ ÷۲

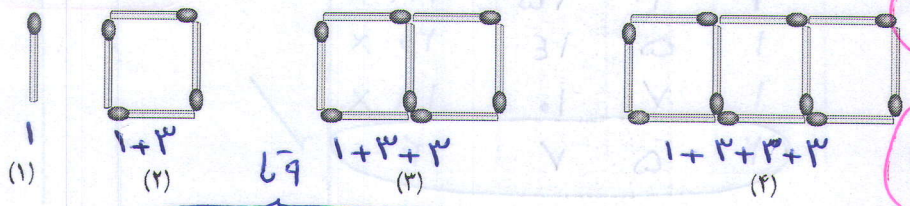
$(\text{شماره‌ی جمله}\times ۳-۲) \rightarrow ۳k-۲$

$(\text{خودش}\times\text{شماره‌ی جمله}) \rightarrow k^۲$

$\frac{۶۴}{۲\times۲\times۲\times\cdots\times۲}$ → شماره‌ی جمله‌ای کمتر

$\frac{۷-k}{۲}$

۲ــ شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته می‌شود؟ چرا؟



(۱) (۲) (۳) (۴)

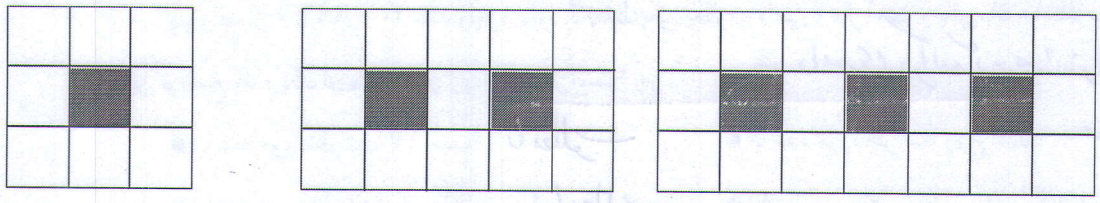
$۱+۳$ $۱+۳+۳$ $۱+۳+۳+۳$

$۱+(\underbrace{۳+۳+۳+\cdots+۳}_{۶۹})=۱+۲۷=۲۸$

$۳\times(\text{شماره‌ی جمله}-۱)+۱$

$(۳\times\text{شماره‌ی جمله})-۲$

۳ــ اگر شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا کند، چه کسری از شکل شمارهٔ ۶، رنگی است؟



(۱) (۲) (۳)

$\frac{۱}{۹}, \frac{۲}{۱۵}, \frac{۳}{۲۱}, \frac{۴}{۲۷}, \frac{۵}{۳۳}, \frac{۶}{۳۹}, \cdots, \frac{k}{۶k+۳}$

+۶ +۶ +۶ +۶ +۶

جملهٔ ششم

$\frac{\text{شماره‌ی جمله}}{۶\times\text{شماره‌ی جمله}+۳}$

MATH-HOME.IR

راهبرد تشکیل معادله

$3k+2(20-k)=45$

$3k+40-2k=45$

$k=5$

ممکن است یک مسئله روش و راه حل مستقیمی نداشته باشد و یا رسیدن به جواب طولانی و دشوار باشد. شما می‌توانید با یک روش منطقی و منظم پاسخ احتمالی مسئله را حدس بزنید سپس با توجه به شرایط گفته شده در مسئله حدس خود را بررسی و با توجه به نتیجهٔ به‌دست آمده حدس بعدی را بزنید تا کم کم به پاسخ مسئله نزدیک شوید. برای نشان دادن حدس‌ها و آزمایش‌های خود راه حل مناسبی پیدا کنید.

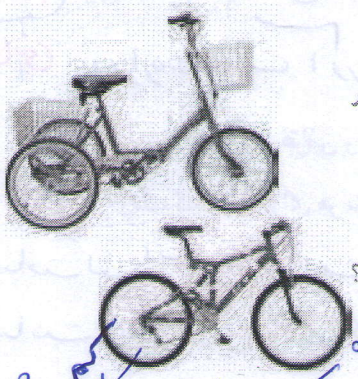
k $\quad$ $20-k$

۱ــ ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه‌چرخه در یک پارگینگ وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ‌های آنها ۴۵ عدد باشد، چند دوچرخه و چند سه‌چرخه در پارکینگ وجود دارد؟

نکته: حدس‌ها باید منطقی باشند

مجموع دوچرخه‌ها و سه‌چرخه‌ها باید ۲۰ عدد باشد

بررسی آزمایش	تعداد سه‌چرخه	تعداد دوچرخه
۵۰	۱۰ ⟶ ۳۰	۱۰ ⟶ ۲۰
۴۸	۸ ⟶ ۲۴	۱۲ ⟶ ۲۴
۴۵	۵ ⟶ ۱۵	۱۵ ⟶ ۳۰



در حدس اول تعداد دو چرخه‌ها را ۱۰ و تعداد سه‌چرخه‌ها را هم ۱۰ عدد در نظر بگیرید.

با کامل کردن ردیف اول جدول حدس خود را بررسی و آزمایش کنید.

با توجه به نتیجهٔ بررسی، باید تعداد سه‌چرخه‌ها را بیشتر کرد یا دوچرخه‌ها را؟

چرا؟ دوچرخه‌ها ـ چون تعداد چرخ‌ها زیاد است وقتی یک دستگاه دوچرخه اضافه می‌شود ۱ دستگاه و سه‌چرخه کم می‌شود و در این بین از چرخ‌های کل کم می‌شود

۲ــ دو زاویهٔ متمم‌اند. یکی از این زاویه‌ها از ۳ برابر زاویهٔ دیگر ۱۰ درجه بیشتر است. اندازهٔ هر زاویه را پیدا کنید.

A	B	بررسی
۱۰	$3\times10+10=40$	$10+40=50$ کم است
۲۰	$3\times20+10=70$	$20+70=90$

پس باید مقدار A را زیاد کنیم

روش اول

$3\times\square+10=31$

A	B	$3\times\hat{A}+10=\hat{B}$
۱۰	۸۰	$3\times10+10=40$ ✗
۱۵	۷۵	$3\times15+10=55$ ✗
۲۰	۷۰	$3\times20+10=70$

روش دوم

۳ــ به‌جای □ چه عددی می‌توان قرار داد؟

به‌جای □ عددهای مختلفی را حدس بزنید، از عدد ۱۰ شروع کنید. $3\times10+10=40$

حدس	$3\times\square+10$	بررسی
۱۰	$3\times10+10=40$	زیاد است
۸	$3\times8+10=34$	زیاد است
۷	$3\times7+10=31$	✓

نهایت دست ورزی: ماکت استخر را بچه‌ها بسازند تا مفهوم را بهتر درک کنند

MATH-HOME.IR

راهبرد زیر مسئله

هدف نوشتن زیر مسئله‌ها هست

دانش آموز با نوشتن مسئله‌های کوچک‌تر سؤال را بهتر درک می‌کند

مسئلهٔ پیچیده و چند مرحله‌ای را به مسئلهٔ ساده و مرحله به مرحله تبدیل کنید. فهرستی از این زیر مسئله‌ها را درست کنید؛ سپس به‌ترتیب به آنها پاسخ دهید. اگر ترتیب زیر مسئله‌ها را درست تشخیص داده باشید، حل هر زیر مسئله به حل مسئلهٔ بعدی کمک می‌کند تا در نهایت به‌خواستهٔ اصلی مسئله برسید.

۱ــ پس‌انداز هفتگی محمد، ۳۰۰۰ تومان است. اوحساب کرد ۵ هفته پس‌انداز او، نصف قیمت کیفی است که دوست دارد بخرد. قیمت کیف چقدر است؟

الف) پس‌انداز ۵ هفته چقدر می‌شود؟ $5 \times 3000 = 15000$

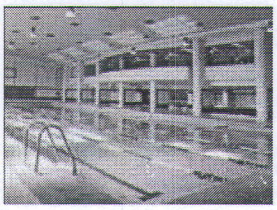
ب) اگر این عدد نصف قیمت کیف باشد، قیمت کیف چقدر است؟ $15000 \times 2 = 30000$

نکته: می‌توانیم از دانش آموزان بخواهیم، آیا می‌توانید راه‌کاری برای بدست آوردن مساحت دیواره‌های بدست آورید

مساحت جانبی = محیط قاعده × ارتفاع

ارتفاع ← طول عرض

۲ــ طول، عرض و عمق یک استخر به ترتیب ۱۲، ۶ و ۳ متر است. می‌خواهند کف و دیوارهای این استخر را رنگ کنند. اگر برای هر متر مربع ۰/۳ کیلوگرم رنگ لازم باشد، برای رنگ کردن استخر چند کیلوگرم رنگ نیاز است؟



الف) مساحت کف استخر چقدر است؟ $6 \times 12 = 72$ متر مربع

ب) مساحت دیواره های به ضلع ۶ و ۳ ای هم چقدر است؟ $2 \times (3 \times 6) = 36$ متر مربع

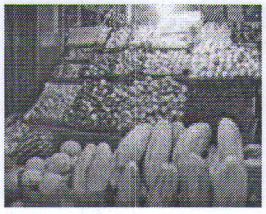
ج) مساحت " " ۳,۱۲ " " " " ؟ $2 \times (3 \times 12) = 72$ متر مربع

ت " کل استخر چقدر است $72 + 36 + 72 = 180$ متر مربع

ث مقدار رنگ لازم چقدر است؟ $180 \times 0/3 = 54$ کیلوگرم

۳ــ میوه فروشی، امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هرکیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هرکیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این میوه‌فروشی از این کار خود چقدر سود برده است؟

تفکر انتقادی (تنوع فکری)



الف) بهای خرید سیب چقدر است؟ $40 \times 2500 = 100000$ تومان

ب) بهای خرید پرتقال چقدر است؟ $80 \times 1500 = 120000$

پ) کل پول پرداخت‌شده چقدر است؟ $100,000 + 120,000 = 220,000$ تومان

ت) بهای فروش سیب‌ها چقدر است؟ $40 \times 3000 = 120000$ تومان

ث) بهای فروش پرتقال‌ها چقدر است؟ $80 \times 2000 = 160000$ "

ج) کل پول فروش میوه‌ها چقدر است؟ $120000 + 160000 = 280000$ تومان

چ) میزان سود این میوه فروش چقدر است؟ $280,000 - 220000 = 60,000$ تومان

روش دوم

$40 \times (3000 - 2500) + 80 \times (2000 - 1500) = 20000 + 40000 = 60000$

(سود کیلو سیب) (سود کیلو پرتقال)

در این راهبرد دانش آموز با حل مسئله ساده‌تر به راه حل مسئله‌ی اصلی پی می برد.

راهبرد حل مسئلهٔ ساده‌تر

دانش آموز با حل اقیت باید مسائل را به شکل ساده‌تر حل کند

MATH-HOME.IR

با تبدیل مسئله به زیر مسئله ارتباط دارد

برای حل بعضی از مسئله‌ها، ابتدا مسئلهٔ ساده‌تر و مرتبط با آن را حل می‌کنیم سپس با استفاده از نتیجه و پاسخ مسئلهٔ ساده شده جواب مسئلهٔ اصلی را به‌دست می‌آوریم. برای ساده کردن مسئله می‌توان از عددهای تقریبی یا عددهای کوچک‌تر استفاده کرد. برای نتیجه‌گیری و پیدا کردن پاسخ مسئله اصلی از راهبرد الگویابی استفاده می‌کنیم و الگوی کشف شده در مسئلهٔ ساده را به مسئلهٔ اصلی مرتبط می‌کنیم.

قطع کردن

استفاده از اعداد ساده‌تر باعث می‌شود دانش آموز راه حل مسئله را پیدا کند

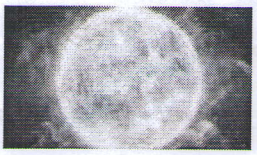
۱ــ قطر خورشید ۱۳۹۲۵۳۰ کیلومتر وقطر کره زمین ۱۲۷۵۶/۶ کیلومتر است. قطر خورشید تقریباً چند برابر قطر زمین است؟

۱۰۰ ÷ ۱۰ = ۱۰ (مثال ساده‌تر)

برای ساده شدن مسئله بهتر است از عددهای تقریبی استفاده کنید. ۱۳۹۲۵۳۰ ≃ ۱۰۰۰۰۰۰

خلاصهٔ مسئله ساده شده را بنویسید و پاسخ دهید. ۱۲۷۵۶/۶ ≃ ۱۰۰۰۰

۱۰۰۰۰۰۰ ÷ ۱۰۰۰۰ = ۱۰۰



۱,۳۹۲,۵۳۰ ÷ ۱۲۷۵۶/۶ = ۱۰۹/۱۶

۲ــ حاصل عبارت مقابل را به‌دست آورید.

$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}+\frac{۱}{۱۶}+\cdots+\frac{۱}{۱۰۲۴}$

به‌جای حل کردن عبارت بالا ابتدا ساده شدهٔ این مسئله را پاسخ دهید.

در پاسخ‌ها چه الگو و رابطه‌ای تشخیص می‌دهید که به کمک آن بتوانید پاسخ مسئلهٔ اصلی را بدون محاسبه بنویسید؟

$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۴}$

$\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۸}=\frac{۳}{۴}+\frac{۱}{۸}=\frac{۷}{۸}$

الگویابی ← $\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\cdots+\frac{۱}{۱۰۲۴}=\frac{۱۰۲۳}{۱۰۲۴}$

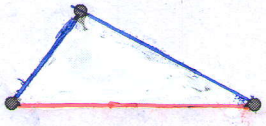
پرورش تفکر استدلالی

۳ــ اگر ۱۰ نقطه را که روی یک خط نیستند، دو به دو به هم وصل کنیم؛ چند پاره‌خط به‌وجود می‌آید؟

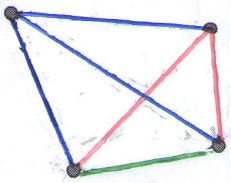
تعداد پاره‌خط‌ها در واقع مجموع تعداد ضلع‌ها و تعداد قطرهاست.

نکته: از نکته‌ی استفاده شود

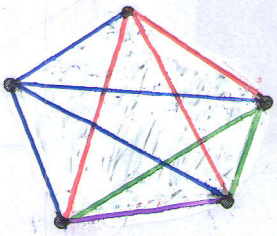
یک الگو پیدا کنید و برای ۱۰ نقطه نتیجه گیری کنید.



۲+۱+۰ = ۳



۳+۲+۱+۰ = ۶



۴+۳+۲+۱+۰ = ۱۰

۹+۸+۷+۶+۵+۴+۳+۲+۱ = ۴۵

تعداد پاره‌خط‌ها = $\frac{\text{تعداد نقاط} \times (\text{تعداد نقاط} - ۱)}{۲}$

MATH-HOME.IR

بسیاری از مسئله‌ها را می‌توان به کمک نمادهای جبری به یک معادله تبدیل کرد. از فصل سوم به بعد می‌توانید از این راهبرد نیز استفاده کنید. در بعضی از مسئله‌ها نیز ممکن است از مدل‌سازی هندسی استفاده کنیم. تبدیل مسئله به یک شکل هندسی و حل هندسی آن نیز نوعی روش نمادین یا مدل‌سازی به‌شمار می‌رود.

۱ــ احمد ۳۰۰۰۰ تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲۰۰۰ تومان برایش باقی ماند. قیمت هر دفتر چقدر است؟

متن این سؤال را می‌توانید با تساوی مقابل نشان دهید. $۴\times\square+۲۰۰۰=۳۰۰۰۰$

مربع نشان دهندهٔ چه چیزی است؟ قیمت هر دفتر

اکنون می‌توانید عددی را که باید در مربع قرار گیرد، حدس بزنید و آزمایش کنید.

(در فصل سوم این مسئله را به روش دیگر حل خواهید کرد)

$۱۰۰۰ \rightarrow ۴\times۱۰۰۰+۲۰۰۰=۶۰۰۰$

$۳۰۰۰ \rightarrow ۴\times۳۰۰۰+۲۰۰۰=۱۴۰۰۰$

$۶۰۰۰ \rightarrow ۴\times۶۰۰۰+۲۰۰۰=۲۶۰۰۰$

$۷۰۰۰ \rightarrow ۴\times۷۰۰۰+۲۰۰۰=۳۰۰۰۰$ ← قیمت هر دفتر ۷۰۰۰ تومان

۲ــ فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

$۶\times\square+۱۰=۱۰۰$

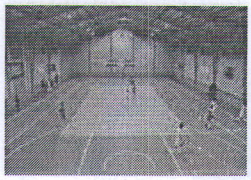
$۵ \rightarrow ۶\times۵+۱۰=۴۰$

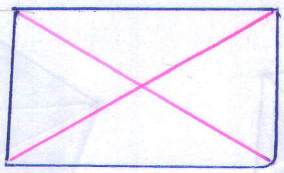
$۱۰ \rightarrow ۶\times۱۰+۱۰=۷۰$

$۱۵ \rightarrow ۶\times۱۵+۱۰=۱۰۰$ ✓

⇒ در هر ساعت ۱۵ صفحه مطالعه کرده است

۳ــ یک سالن مستطیل شکل است. می‌خواهند در مکانی از سقف این سالن دریچهٔ کولر قرار دهند، به‌طوری که از ۴ گوشهٔ آن به یک اندازه باشد. محل دریچه را تعیین کنید. مرکز تقارن





نمادین سازی هندسی

MATH-HOME.IR

ضلع مربع $a \longrightarrow$ مساحت $S = a^2$

$\frac{90}{100}a \times \frac{90}{100}a = \frac{81}{100}a^2 = 81\%S \Rightarrow 100\% - 81\% = 19\%$

از مساحت کم می‌شود

در حل این مسئله‌ها از راهبردهایی که آموخته‌اید، استفاده کنید. ممکن است در حل مسئله‌ای راه، جدیدی به ذهن شما برسد که با راهبردهای آموزش داده شده متفاوت باشد. برای حل مسئله‌ها می‌توانید از ماشین حساب استفاده کنید. در مورد راهبردهای مختلف با هم کلاسی‌های خود گفت‌وگو کنید. ممکن است یک مسئله با چند راهبرد حل شود یا چند نفر از یک راهبرد استفاده کنند ولی نحوهٔ به‌کار بردن آنها متفاوت باشد. برای مثال چند نفر یک مسئله را با راهبرد رسم شکل حل می‌کنند اما نحوهٔ شکل کشیدن آنها ممکن است متفاوت باشد. در یک کلاس ریاضی خوب و فعال، تنوع راهبرد و راه حل وجود دارد.

رسم شکل

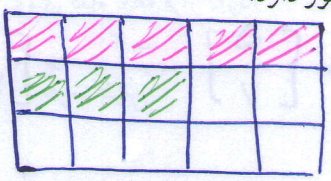
$\frac{1}{5} = \frac{3}{15} \longrightarrow$ ▨ $\longrightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$

زیر مسئله

۱ــ $\frac{1}{3}$ دانش‌آموزان کلاسی بسکتبال و $\frac{1}{5}$ دانش‌آموزان آن کلاس فوتبال بازی می‌کنند. سایر دانش‌آموزان که تعدادشان ۱۴ نفر است، بازی آنها را تماشا می‌کنند. این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟

۱۴ ÷ ۷ = ۲

۱۵ × ۲ = ۳۰



$\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{8}{15}$

۱ــ چه کسری از کلاس بسکتبال یا فوتبال می‌کنند

۲ــ چه کسری از کلاس ورزش نمی‌کنند: $\frac{7}{15}$

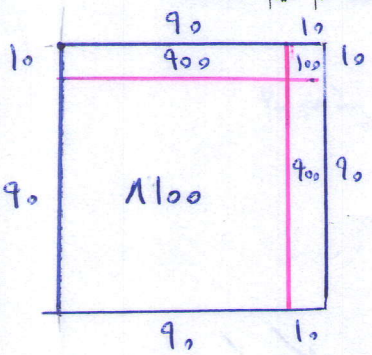
۳ــ این کلاس چند دانش‌آموز دارد

۷	۱۴
۱۵	□

$\longrightarrow$ ۳۰

حال

۲ــ مساحت مربعی به ضلع ۱۰۰ سانتی‌متر، ۱ متر مربع است. اگر از ضلع مربع ۱۰ درصد کم کنیم، مساحت مربع چند درصد کم می‌شود؟



$\frac{1900}{10000} = \frac{19}{100} = 19\%$

رسم شکل و زیر مسئله

راهبرد زیر مسئله و تعادین سازی

۳ــ کشاورزی زمین خود را به نسبت‌های زیر بذر پاشی کرده است:

گندم: ۴۵٪ جو: ۳۷/۵٪ ذرت: ۱۷/۵٪

اگر مساحت زمین او ۱۵ هکتار باشد، مساحت زیر کشت هر بذر را حساب کنید.

مساحت زیر کشت گندم؟

۴۵	□
۱۰۰	۱۵

$\Rightarrow \square = \frac{45 \times 15}{100} = 6/75$

مساحت زیر کشت جو؟

۳۷/۵	□
۱۰۰	۱۵

$\Rightarrow \square = \frac{37/5 \times 15}{100} = 5/625$

مساحت زیر کشت ذرت؟

$15 - (6/75 + 5/625) = 2/625$

استدلال جبری

۴ــ حاصل عبارت زیر را پیدا کنید.

$1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times 1\frac{1}{4} \times \cdots \times 1\frac{1}{100}$

الگویابی

$1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{101}{100}$

$\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{2}$ $\longrightarrow$ صورت آخری

$\longrightarrow$ مخرج اولی

راهبرد حل مسئله‌ی ساده‌تر

۱۰

الگویابی $\Longrightarrow \frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{5}{4} \times \cdots \times \frac{101}{100} = \frac{101}{2}$

نکته: مخرج هر کسر با صورت کسر قبلی برابر است، پس ساده می‌شود

در حل سؤال ۵ از ماشین حساب استفاده شود

۳	□ → ۱۸۶۰
۸	۴۹۶۰

$\frac{۳}{۸} \times ۴۹۶۰ = ۱۸۶۰$

۱ـ چه تعداد از کفش های این کارگاه پسرانه است؟

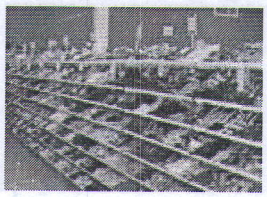
۲ـ چه تعداد از کفش ها دخترانه است؟

$۴۹۶۰ - ۱۸۶۰ = ۳۱۰۰$ یا $\frac{۵}{۸} \times ۱۸۶۰ = ۳۱۰۰$

راهبرد زیر مسئله

۵ـ در یک کارگاه تولید کفش ۴۹۶۰ جفت کفش تولید شده است. $\frac{۳}{۸}$ آنها پسرانه و بقیه دخترانه است. اگر قیمت هر جفت کفش پسرانه ۲۷۰۰۰ تومان و قیمت هر جفت کفش دخترانه ۳۴۰۰۰ تومان باشد، درآمد این کارگاه چقدر است؟

راهبرد تمرین سازی



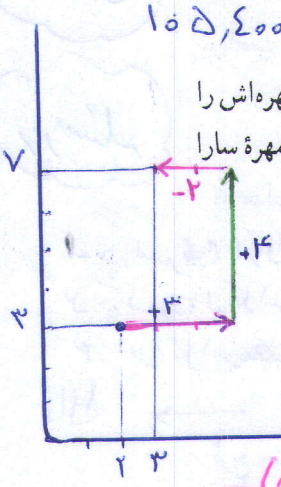
(۳) قیمت کل کفش های دخترانه $۳۱۰۰ \times ۳۴۰۰۰ = ۱۰۵,۴۰۰,۰۰۰$

(۴) قیمت کل کفش های پسرانه؟ $۱۸۶۰ \times ۲۷۰۰۰ = ۵۰,۲۲۰,۰۰۰$

(۵) کل درآمد کارگاه چقدر است؟ $۱۰۵,۴۰۰,۰۰۰ + ۵۰,۲۲۰,۰۰۰ = ۱۵۵,۶۲۰,۰۰۰$

راهبرد رسم شکل

۶ـ سارا یک بازی روی صفحهٔ شطرنجی انجام می‌دهد. مهرهٔ او روی نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ است. او ابتدا مهره‌اش را ۳ خانه به سمت راست، سپس ۴ خانه به سمت بالا و در انتها ۲ خانه به سمت چپ آورد. در حال حاضر مهرهٔ سارا روی کدام نقطه قرار دارد؟



$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{حرکت طولی}]{+۳} \begin{bmatrix} ۵ \\ ۳ \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{حرکت عرضی}]{+۴} \begin{bmatrix} ۵ \\ ۷ \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{حرکت طولی}]{-۲} \begin{bmatrix} ۳ \\ ۷ \end{bmatrix}$

(مدل سازی هندسی)

الگویابی

۷ـ چه کسری از شکل زیر رنگی است؟ توضیح دهید.

۱۶		۱۶	
۱۶		۴	۴
		۴	

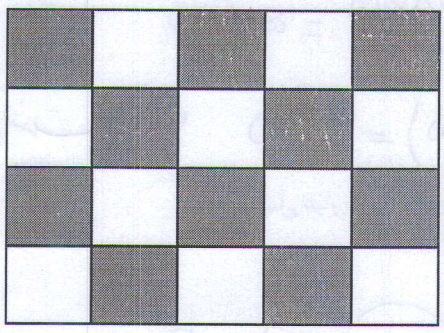
$\frac{۱}{۴} \rightarrow \frac{۱}{۱۶} \rightarrow \frac{۱}{۶۴}$

$\frac{۱}{۴} \times \left(\frac{۱}{۴} \times \frac{۱}{۴}\right) = \frac{۱}{۶۴}$

$\frac{۱}{۴}$ از $\frac{۱}{۴}$، $\frac{۱}{۴}$ شکل رنگی است

۸ـ اگر دیوارهای یک استخر با طرح زیر کاشی کاری شده باشد، چه کسری از دیوار کاشی سبز دارد؟

طول و عرض استخر را نداریم



$\frac{۱۰}{۲۰} = \frac{۱}{۲}$

راهبرد الگویابی

نکته: البته جواب به صورت تقریبی $\frac{۱}{۲}$ است

اگر تعداد کاشی های یکی از اضلاع زوج باشد حاصل دقیقاً برابر $\frac{۱}{۲}$ است و در غیر این صورت یعنی اگر هر دو ضلع تعداد فرد کاشی داشته باشد جواب تقریبا برابر $\frac{۱}{۲}$ است

MATH-HOME.IR

۹ــ به چند حالت حاصل ضرب ۲ عدد طبیعی ۳۶ می‌شود؟ در کدام حالت حاصل جمع، کمترین مقدار است؟ ۵ حالت

عدد اول	عدد دوم	حاصل ضرب
۱	۳۶	۳۷
۲	۱۸	۲۰
۳	۱۲	۱۵
۴	۹	۱۳
۶	۶	۱۲

راهبرد: الگوسازی ← تمام حالت‌های ممکن را می‌نویسیم

نکته: دو عدد می‌توانند متمایز نباشند

اشکال چاپی

۱۰ــ عددی را ۵ برابر و ۳ ~~عدد~~ واحد از آن کم کردیم، حاصل ۳۲ شد. عدد موردنظر چند است؟

$\square \times ۵ - ۳ = ۳۲$

ابتدا از راهبرد نمادین سازی استفاده می‌کنیم می‌آوریم

و سپس بوسیله‌ی راهبرد حدس و بررسی جواب را بدست

در این قسمت برای خود فهرستی از راهبردهای کاربرد هر کدام تهیه کنید

تا در هنگام حل فعّالیت‌ها و مسئله‌های کتاب از آن استفاده کنید.

$۵ \rightarrow ۵ \times ۵ - ۳ = ۲۲$

$۷ \rightarrow ۷ \times ۵ - ۳ = ۳۲$ $\Rightarrow$ عدد موردنظر برابر ۷ است